* Equation différentielle en fonction de u_R :

$$\left(L\frac{d}{dt}i+(R+r)i=E\right)\times R$$

$LR\frac{d}{dt}i+(R+r)i.R=E.R$ d'autre part u_R=R.i d'où $L\frac{du_R}{dt}+(R+r)u_R=E.R$

* Equation différentielle en fonction de u_b :

$u_b + u_R = E$ par suite $u_b + Ri = E$ d'ou $i=\frac{E-u_b}{R}$ et puisque $L\frac{di}{dt}+(R+r)i=E$ donc

$$L\frac{d(\frac{E-ub}{R})}{dt}+(R+r)(\frac{E-ub}{R})=E \text{ par suite } -\frac{L}{R}\frac{du_b}{dt}+\frac{(R+r)}{R}E-\frac{(R+r)}{R}u_b=E$$

ce qui donne l'expression $\frac{L}{R}\frac{du_b}{dt}+\frac{(R+r)}{R}u_b=\left(\frac{(R+r)}{R}-1\right)E$ ou $\frac{L}{R}\frac{du_b}{dt}+\frac{(R+r)}{R}u_b=\left(\frac{r}{R}\right)E$

* L'équation différentielle $\tau\frac{di}{dt}+i=\frac{E}{(r+R)}$ admet comme solution : $i(t)=\frac{E}{R+r}\left(1-e^{-\frac{t}{\tau}}\right)=I_p\left(1-e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$

avec $I_p=\frac{E}{R+r}$.

* Etude dimensionnelle de τ :

$[\tau]=\frac{[L]}{[R]}$ et puisque $[L]=\frac{[-e]}{\left[\frac{di}{dt}\right]}$ = $VA^{-1}s$ et $[R]=\frac{[u_R]}{[i]}=VA^{-1}$.

D'où $[\tau]=\frac{VA^{-1}s}{VA^{-1}}=s$ donc τ est bien homogène à une durée.

*

	$i(t)=\frac{E}{R+r}(1-e^{-\frac{t}{\tau}})$	$u_R(t)=Ri=\frac{RE}{R+r}.(1-e^{-\frac{t}{\tau}})$	$u_b=E-u_R$
A t=0	0	0	E
A t= τ A t=5 τ	0,63I_p. I_p	0,63.U_{RP} $U_{RP}=RI_p$	$E-0,63\ U_{RP}$ $U_{bp}=E-U_{RP}=rI_p$

Avec : $I_p=\frac{E}{R+r}$ et $u_b=L\frac{di}{dt}+ri$ en régime permanant i = Cte = I_p alors $\frac{di}{dt}=0$

D'où $U_{bp}=rI_p$.